PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT	PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATÒRIA: JULIOL 2017	CONVOCATORIA: JULIO 2017
Assignatura: MATEMÀTIQUES II	Asignatura: MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN:
Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓ A

Problema A.1. Siguen A i B dues matrius quadrades d'ordre 3 tals que $A^2 = -A - I$ i $2B^3 = B$, en què $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ és la matriu identitat. Obteniu **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La justificació que la matriu A és invertible i el càlcul de la matriu A^3 en funció d'A i d'I. (2+2 *punts*)
b) Els valors possibles del determinant de B. (3 *punts*)
c) El valor del determinant de la matriu B^2, sabent que la matriu B té inversa. (3 *punts*)

Problema A.2. Es donen la recta $r : \begin{cases} x - 2y - 2z = 1 \\ x + 3y - z = 1 \end{cases}$ i el pla $\pi : 2x + y + mz = n$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors d'm i n per als quals la recta r i el pla π es tallen en un punt. (3 *punts*)
b) Els valors d'm i n per als quals la recta r i el pla π no es tallen. (3,5 *punts*)
c) Els valors d'm i n per als quals la recta r està continguda en el pla π. (3,5 *punts*)

Problema A.3. Es consideren les corbes $y = x^3$, $y = ax$ i la funció $f(x) = x^3 - ax$, en què a és un paràmetre real i $a > 0$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els punts de tall de la corba $y = f(x)$ amb els eixos de coordenades i els intervals de creixement i de decreixement de la funció f. (1+2 *punts*)
b) La gràfica de la funció f quan $a = 9$. (3 *punts*)
c) Calculeu, en funció del paràmetre a, l'àrea de la regió fitada del primer quadrant tancada entre les corbes $y = x^3$ i $y = ax$, quan $a > 1$. (2 *punts*)
d) El valor del paràmetre a per al qual l'àrea obtinguda en l'apartat c) coincideix amb l'àrea de la regió fitada compresa entre la corba $y = x^3$, l'eix OX i les rectes $x = 0$ i $x = 2$. (2 *punts*)

OPCIÓ B

Problema B.1. Es consideren les matrius $A=\begin{pmatrix}0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$ i $I=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La justificació que A té matriu inversa i el càlcul d'aquesta inversa A^{-1}. (2+2 *punts*)

b) La justificació que $A^4 = I$. (2 *punts*)

c) El càlcul de les matrius A^7, A^{30} *i* A^{100}. (4 *punts*)

Problema B.2. Es donen la recta $r: \dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y}{a} = \dfrac{z-1}{-1}$ i el pla $\pi: 2x - y + bz = 0$, en què a i b són dos paràmetres reals. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El punt d'intersecció de la recta r i el pla π quan $a = -b = 1$. (2,5 *punts*)

b) La distància entre la recta r i el pla π quan $a = b = 4$. (2,5 *punts*)

c) La posició relativa de la recta r i del pla π en funció dels valors dels paràmetres a i b. (5 *punts*)

Problema B.3. Es considera el triangle T de vèrtexs $O=(0,\ 0)$, $A=(x,\ y)$ i $B=(0,\ y)$, en què $x>0$, $y>0$, i tal que la suma de les longituds dels costats OA i AB és de 30 metres.
Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'àrea del triangle T en funció d'x. (3 *punts*)

b) El valor d'x per al qual aquesta àrea és màxima. (5 *punts*)

c) El valor d'aquesta àrea màxima. (2 *punts*)

OPCIÓN A

Problema A.1. Sean A y B dos matrices cuadradas de orden 3 tales que $A^2 = -A - I$ y $2B^3 = B$, siendo $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matriz identidad. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La justificación de que la matriz A es invertible (2 *puntos*)
y el cálculo de la matriz A^3 en función de A y de I. (2 *puntos*)

b) Los valores posibles del determinante de B. (3 *puntos*)

c) El valor del determinante de la matriz B^2, sabiendo que la matriz B tiene inversa. (3 *puntos*)

Problema A.2. Se dan la recta $r: \begin{cases} x - 2y - 2z = 1 \\ x + 3y - z = 1 \end{cases}$ y el plano $\pi: 2x + y + mz = n.$

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores de m y n para los que la recta r y el plano π se cortan en un punto. (3 *puntos*)

b) Los valores de m y n para los que la recta r y el plano π no se cortan. (3,5 *puntos*)

c) Los valores de m y n para los que la recta r está contenida en el plano π. (3,5 *puntos*)

Problema A.3. Se consideran las curvas $y = x^3$, $y = ax$ y la función $f(x) = x^3 - ax$, siendo a un parámetro real y $a > 0$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los puntos de corte de la curva $y = f(x)$ con los ejes de coordenadas y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función f. (1+2 *puntos*)

b) La gráfica de la función f cuando $a = 9$. (3 *puntos*)

c) Calcular, en función del parámetro a, el área de la región acotada del primer cuadrante encerrada entre las curvas $y = x^3$ e $y = ax$, cuando $a > 1$. (2 *puntos*)

d) El valor del parámetro a para el que el área obtenida en el apartado c) coincide con el área de la región acotada comprendida entre la curva $y = x^3$, el eje OX y las rectas $x = 0$ y $x = 2$. (2 *puntos*)

OPCIÓN B

Problema B.1. Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La justificación de que A tiene matriz inversa y el cálculo de dicha inversa A^{-1}. (2+2 *puntos*)

b) La justificación de que $A^4 = I$. (2 *puntos*)

c) El cálculo de las matrices A^7, A^{30} y A^{100}. (4 *puntos*)

Problema B.2. Se dan la recta $r : \frac{x-1}{4} = \frac{y}{a} = \frac{z-1}{-1}$ y el plano $\pi : 2x - y + bz = 0$, siendo *a* y *b* dos parámetros reales. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El punto de intersección de la recta *r* y el plano π cuando $a = -b = 1$. (2,5 *puntos*)

b) La distancia entre la recta *r* y el plano π cuando $a = b = 4$. (2,5 *puntos*)

c) La posición relativa de la recta *r* y del plano π en función de los valores de los parámetros *a* y *b*. (5 *puntos*)

Problema B.3. Se considera el triángulo *T* de vértices $O = (0,\ 0)$, $A = (x,\ y)$ y $B = (0,\ y)$, siendo $x > 0$, $y > 0$, y tal que la suma de las longitudes de los lados *OA* y *AB* es 30 metros.
Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El área del triángulo *T* en función de *x*. (3 *puntos*)

b) El valor de *x* para el que dicha área es máxima. (5 *puntos*)

c) El valor de dicha área máxima. (2 *puntos*)