

**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**

**PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD**

<b>CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2012</b>	<b>CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2012</b>
<b>MATEMÀTIQUES II</b>	<b>MATEMÁTICAS II</b>

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal triar només UNA dels dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma dels qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. **Es prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria). S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.**

**BAREMO DEL EXAMEN:** Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. **Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria). Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.**

**OPCIÓ A**

**Problema A.1.** Siga el sistema d'equacions  $S: \begin{cases} x - 2y - 3z = 0 \\ 3x + 10y - z = 0 \\ x + 14y + \alpha z = 0 \end{cases}$ , on  $\alpha$  és un paràmetre real.

Obtenui **raonadament**:

- La solució del sistema  $S$  quan  $\alpha = 0$ . (4 punts).
- El valor de  $\alpha$  per al qual el sistema  $S$  té infinites solucions. (4 punts).
- Totes les solucions del sistema  $S$  quan es dóna a  $\alpha$  el valor obtingut en l'apartat b). (2 punts).

**Problema A.2.** En l'espai es té la recta  $r: \begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$  i el pla  $\pi: x + mz = 0$ , on  $m$  és un paràmetre real.

Obtenui **raonadament**:

- Un vector director de la recta  $r$ . (2 punts).
- El valor de  $m$  per al qual la recta  $r$  i el pla  $\pi$  són perpendiculars. (2 punts).
- El valor de  $m$  per al qual la recta  $r$  i el pla  $\pi$  són paral·lels. (3 punts).
- La distància entre  $r$  i  $\pi$  quan es dóna a  $m$  el valor obtingut en l'apartat c). (3 punts).

**Problema A.3.** Es defineixen les funcions  $f$  i  $g$  per  $f(x) = -x^2 + 2x$  i  $g(x) = x^2$ .

Obtenui **raonadament**:

- Els intervals de creixement i decreixement de cada una d'aquestes dues funcions. (2 punts).
- El màxim relatiu de la funció  $f(x) = -x^2 + 2x$  i el mínim relatiu de  $g(x) = x^2$ . (2 punts).
- Els punts d'intersecció de les corbes  $y = -x^2 + 2x$  i  $y = x^2$ . (2 punts).
- L'àrea tancada entre les corbes  $y = -x^2 + 2x$  i  $y = x^2$ , en la qual en els dos casos la  $x$  varia entre 0 i 1. (4 punts).

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es donen les matrius  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $U = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  i  $B$ , on  $B$  és una matriu de dues files i dues columnes que no té cap element nul i que verifica la relació  $B^2 = -7B + U$ .

Obtenui **raonadament**:

- Els nombres reals  $a$  i  $b$  tals que  $A^2 = aA + bU$ . (4 punts).
- Els nombres reals  $p$  i  $q$  tals que  $B^{-1} = pB + qU$  (2 punts), i **justifiqueu** que la matriu  $B$  té inversa (2 punts).
- Obtenui els valors  $x$  i  $y$  per als quals es verifica que  $B^3 = xB + yU$ . (2 punts).

**Problema B.2.** En l'espai es donen els plans  $\pi$ ,  $\sigma$  i  $\tau$  d'equacions:

$$\pi: 2x - y + z = 3; \quad \sigma: x - y + z = 2; \quad \tau: 3x - y - az = b$$

sent  $a$  i  $b$  paràmetres reals, i la recta  $r$  intersecció dels plans  $\pi$  i  $\sigma$ .

Obtenui **raonadament**:

- Un punt, el vector director i les equacions de la recta  $r$ . (3 punts).
- L'equació del pla que conté la recta  $r$  i passa pel punt  $(2, 1, 3)$ . (4 punts).
- Els valors de  $a$  i de  $b$  perquè el pla  $\tau$  continga la recta  $r$ , intersecció dels plans  $\pi$  i  $\sigma$ . (3 punts).

**Problema B.3.** Es vol construir un depòsit cilíndric de  $100 \text{ m}^3$  de capacitat, obert per la part superior. La base és un cercle en posició horitzontal de radi  $x$  i la paret vertical del depòsit és una superfície cilíndrica perpendicular a la base.

El preu del material de la base del depòsit és 4 euros/m<sup>2</sup>.

El preu del material de la paret vertical és 2 euros/m<sup>2</sup>.

Obtenui **raonadament**:

- L'àrea de la base en funció del seu radi  $x$ . (1 punt).
- L'àrea de la paret vertical del cilindre en funció de  $x$ . (2 punts).
- La funció  $f(x)$  que dóna el cost del depòsit. (2 punts).
- El valor  $x$  del radi de la base per al qual el cost del depòsit és mínim i el valor del dit cost mínim. (5 punts).

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2012	CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2012
MATEMÀTIQUES II	MATEMÁTICAS II

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal triar només UNA dels dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma dels qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. **Es prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria). S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.**

**BAREMO DEL EXAMEN:** Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. **Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria). Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.**

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Sea el sistema de ecuaciones  $S: \begin{cases} x - 2y - 3z = 0 \\ 3x + 10y - z = 0 \\ x + 14y + \alpha z = 0 \end{cases}$ , donde  $\alpha$  es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**:

- La solución del sistema  $S$  cuando  $\alpha = 0$ . (4 puntos).
- El valor de  $\alpha$  para el que el sistema  $S$  tiene infinitas soluciones. (4 puntos).
- Todas las soluciones del sistema  $S$  cuando se da a  $\alpha$  el valor obtenido en el apartado b). (2 puntos).

**Problema A.2.** En el espacio se tiene la recta  $r: \begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$  y el plano  $\pi: x + mz = 0$ , donde  $m$  es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**:

- Un vector director de la recta  $r$ . (2 puntos).
- El valor de  $m$  para el que la recta  $r$  y el plano  $\pi$  son perpendiculares. (2 puntos).
- El valor de  $m$  para el que la recta  $r$  y el plano  $\pi$  son paralelos. (3 puntos).
- La distancia entre  $r$  y  $\pi$  cuando se da a  $m$  el valor obtenido en el apartado c). (3 puntos).

**Problema A.3.** Se definen las funciones  $f$  y  $g$  por  $f(x) = -x^2 + 2x$  y  $g(x) = x^2$ .

Obtener **razonadamente**:

- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de cada una de esas dos funciones. (2 puntos).
- El máximo relativo de la función  $f(x) = -x^2 + 2x$  y el mínimo relativo de  $g(x) = x^2$ . (2 puntos).
- Los puntos de intersección de las curvas  $y = -x^2 + 2x$  e  $y = x^2$ . (2 puntos).
- El área encerrada entre las curvas  $y = -x^2 + 2x$  e  $y = x^2$ , donde en ambas curvas la  $x$  varía entre 0 y 1. (4 puntos).

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se dan las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $U = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B$ , donde  $B$  es una matriz de dos filas y

dos columnas que no tiene ningún elemento nulo y que verifica la relación  $B^2 = -7B + U$ .

Obtener **razonadamente**:

- Los números reales  $a$  y  $b$  tales que  $A^2 = aA + bU$ . (4 puntos).
- Los números reales  $p$  y  $q$  tales que  $B^{-1} = pB + qU$  (2 puntos), **justificando** que la matriz  $B$  tiene inversa (2 puntos).
- Obtener los valores  $x$  e  $y$  para los que se verifica que  $B^3 = xB + yU$ . (2 puntos).

**Problema B.2.** En el espacio se dan los planos  $\pi$ ,  $\sigma$  y  $\tau$  de ecuaciones:

$$\pi: 2x - y + z = 3; \quad \sigma: x - y + z = 2; \quad \tau: 3x - y - az = b,$$

siendo  $a$  y  $b$  parámetros reales, y la recta  $r$  intersección de los planos  $\pi$  y  $\sigma$ .

Obtener **razonadamente**:

- Un punto, el vector director y las ecuaciones de la recta  $r$ . (3 puntos).
- La ecuación del plano que contiene a la recta  $r$  y pasa por el punto  $(2, 1, 3)$ . (4 puntos).
- Los valores de  $a$  y de  $b$  para que el plano  $\tau$  contenga a la recta  $r$ , intersección de los planos  $\pi$  y  $\sigma$ . (3 puntos).

**Problema B.3.** Se desea construir un depósito cilíndrico de  $100 \text{ m}^3$  de capacidad, abierto por la parte superior. Su base es un círculo en posición horizontal de radio  $x$  y la pared vertical del depósito es una superficie cilíndrica perpendicular a su base.

El precio del material de la base del depósito es 4 euros/ $\text{m}^2$ .

El precio del material de la pared vertical es 2 euros/ $\text{m}^2$ .

Obtener **razonadamente**:

- El área de la base en función de su radio  $x$ . (1 punto).
- El área de la pared vertical del cilindro en función de  $x$ . (2 puntos).
- La función  $f(x)$  que da el coste del depósito. (2 puntos).
- El valor  $x$  del radio de la base para el que el coste del depósito es mínimo y el valor de dicho coste mínimo. (5 puntos).