

OPCIÓ B

Problema B.1. Es donen les matrius $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ i T , i se sap que T és una matriu quadrada de 3 files i 3

columnes i el determinant de la qual val $\sqrt{2}$.

Calculeu **raonadament** els determinants de les següents matrius, i indiqueu explícitament les propietats utilitzades en el seu càlcul:

- $\frac{1}{2}T$. (3 punts).
- M^4 . (3 punts).
- TM^3T^{-1} . (4 punts).

Problema B.2. Es dóna la recta $r: \begin{cases} x-4y=0 \\ y-z=0 \end{cases}$ i el pla $\pi_\alpha: (2+2\alpha)x+y+\alpha z-2-6\alpha=0$ dependent del paràmetre real α . Obtingueu **raonadament**:

- L'equació del pla π_α que passa pel punt $(1, 1, 0)$. (3 punts).
- L'equació del pla π_α que és paral·lel a la recta r . (4 punts).
- L'equació del pla π_α que és perpendicular a la recta r . (3 punts).

Problema B.3. Un cotxe recorre l'arc de paràbola Γ d'equació $2y=36-x^2$, variant la x de a -6 a 6 . Es representa per $f(x)$ a la distància del punt $(0, 9)$ al punt (x, y) de l'arc Γ on està situat el cotxe. Es demana obtindre **raonadament**:

- L'expressió de $f(x)$. (2 punts)
- Els punts de l'arc Γ on la distància $f(x)$ té mínims relatius. (2 punts).
- Els valors màxim i mínim de la distància $f(x)$. (2 punt)
- L'àrea de la superfície limitada per l'arc de paràbola Γ i el segment rectilini que uneix els punts $(-6, 0)$ i $(6, 0)$. (4 punts)

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2011	CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2011
MATEMÀTIQUES II	MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).

S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN: Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).

Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

Problema A.1. Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y M , donde M es una matriz de dos filas y dos columnas que verifica $M^2 = M$. Obtener **razonadamente**:

- Todos los valores reales k para los que la matriz $B = A - kI$ tiene inversa. (2 puntos).
- La matriz inversa B^{-1} cuando $k = 3$. (2 puntos).
- Las constantes reales α y β para las que se verifica que $\alpha A^2 + \beta A = -2I$. (4 puntos).
- Comprobar **razonadamente** que la matriz $P = I - M$ cumple las relaciones:

$$P^2 = P \quad \text{y} \quad MP = PM.$$

(2 puntos, repartidos en 1 punto por cada igualdad).

Problema A.2. En el espacio se dan las rectas $r: \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ 3y - z + 2 + \alpha = 0 \end{cases}$.

Obtener **razonadamente**:

- El valor de α para el que las rectas r y s están contenidas en un plano. (4 puntos).
- La ecuación del plano que contiene a las rectas r y s para el valor de α obtenido en el apartado anterior. (2 puntos).
- La ecuación del plano perpendicular a la recta r que contiene el punto $(1, 2, 1)$. (4 puntos).

Problema A.3 Dada la función f definida por:

$$f(x) = x^2 e^{-x}$$

Obtener **razonadamente**:

- El dominio y el recorrido de la función f . (2 puntos).
- Los valores de x donde la función $f(x) = x^2 e^{-x}$ alcanza el máximo relativo y el mínimo relativo. (2 puntos).
- Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de dicha función f . (2 puntos).
- Los valores de x donde la función $f(x) = x^2 e^{-x}$ tiene los puntos de inflexión. (2 puntos).
- La gráfica de la curva $y = x^2 e^{-x}$, explicando con detalle la obtención de su asíntota horizontal. (2 puntos).

OPCIÓN B

Problema B.1. Se dan las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y T , y se sabe que T es una matriz cuadrada de 3 filas y

3 columnas cuyo determinante vale $\sqrt{2}$.

Calcular **razonadamente** los determinantes de las siguientes matrices, indicando explícitamente las propiedades utilizadas en su cálculo:

- $\frac{1}{2}T$. (3 puntos).
- M^4 . (3 puntos).
- TM^3T^{-1} . (4 puntos).

Problema B.2. Se da la recta $r: \begin{cases} x-4y=0 \\ y-z=0 \end{cases}$ y el plano $\pi_\alpha: (2+2\alpha)x+y+\alpha z-2-6\alpha=0$, dependiente del

parámetro real α . Obtener **razonadamente**:

- La ecuación del plano π_α que pasa por el punto $(1,1,0)$. (3 puntos).
- La ecuación del plano π_α que es paralelo a la recta r . (4 puntos).
- La ecuación del plano π_α que es perpendicular a la recta r . (3 puntos).

Problema B.3. Un coche recorre el arco de parábola Γ de ecuación $2y=36-x^2$, variando la x de -6 a 6 . Se representa por $f(x)$ a la distancia del punto $(0,9)$ al punto (x,y) del arco Γ donde está situado el coche.

Se pide obtener **razonadamente**:

- La expresión de $f(x)$. (2 puntos)
- Los puntos del arco Γ donde la distancia $f(x)$ tiene mínimos relativos. (2 puntos).
- Los valores máximo y mínimo de la distancia $f(x)$. (2 punto)
- El área de la superficie limitada por el arco de parábola Γ y el segmento rectilíneo que une los puntos $(-6, 0)$ y $(6, 0)$. (4 puntos)

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2011	CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2011
MATEMÀTIQUES II	MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria). S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN: Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).

Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓ A

Problema A.1. Es donen les matrius $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y M , on M és una matriu de dues

files i dues columnes que verifica $M^2 = M$. Obtingueu **raonadament**:

- Tots els valors reals k per als que la matriu $B = A - kI$ té inversa. (2 punts).
- La matriu inversa B^{-1} quan $k = 3$. (2 punts).
- Les constants reals α i β per a les quals es verifica que $\alpha A^2 + \beta A = -2I$. (4 punts).
- Comproveu **raonadament** que la matriu $P = I - M$ compleix les relacions:

$$P^2 = P \quad \text{i} \quad MP = PM.$$

(2 punts, repartits en 1 punt cada igualtat).

Problema A.2. En l'espai es donen les rectes $r: \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases}$ i $s: \begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ 3y - z + 2 + \alpha = 0 \end{cases}$.

Obtingueu **raonadament**:

- El valor de α per al qual les rectes r i s estan contingudes en un pla. (4 punts).
- L'equació del pla que conté les rectes r i s per al valor d'obtingut en l'apartat anterior. (2 punts).
- L'equació del pla perpendicular a la recta r que conté el punt $(1, 2, 1)$. (4 punts).

Problema A.3 Donada la funció f definida per:

$$f(x) = x^2 e^{-x}$$

Obtingueu **raonadament**:

- El domini i el recorregut de la funció f . (2 punts).
- Els valors de x on la funció $f(x) = x^2 e^{-x}$ arriba al màxim relatiu i al mínim relatiu. (2 punts).
- Els intervals de creixement i de decreixement de la dita funció f . (2 punts).
- Els valors de x on la funció $f(x) = x^2 e^{-x}$ té els punts d'inflexió. (2 punts).
- El gràfic de la corba $y = x^2 e^{-x}$, i expliqueu amb detall l'obtenció de la seua asímptota horitzontal. (2 punts).