

## PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

## PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2010	CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2010
MATEMÀTIQUES II	MATEMÁTICAS II

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).

S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

**BAREMO DEL EXAMEN:** Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).

Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

## OPCIÓ A

### Problema A.1.

Donat el sistema d'equacions lineals 
$$\begin{cases} \alpha x + \alpha^3 y + z = 1 \\ \alpha x + \alpha y + z = 1 \\ \alpha^3 x + \alpha y + z = 1 \end{cases}$$
 en què  $\alpha$  és un paràmetre real, es demana:

- Deduir, raonadament, per a quins valors de  $\alpha$  és compatible determinat. (4 punts).
- Deduir, raonadament, per a quins valors de  $\alpha$  és compatible indeterminat. (3 punts).
- Resoldre el sistema en tots els casos en què és compatible indeterminat. (3 punts).

### Problema A.2.

 Es demana obtindre raonadament:

- L'equació del pla  $\pi$  que passa pels punts  $O = (0, 0, 0)$ ,  $A = (6, -3, 0)$  i  $B = (3, 0, 1)$ . (3 punts).
- L'equació de la recta  $r$  que passa pel punt  $P = (8, 7, -2)$  i és perpendicular al pla  $\pi$ . (3 punts).
- El punt  $Q$  del pla  $\pi$  la distància al punt  $P$  del qual és menor que la distància de qualsevol altre punt del pla  $\pi$  al punt  $P$ . (4 punts).

### Problema A.3.

 Donades les funcions  $f(x) = x^3$  i  $g(x) = 2x^2 - x$ , es demana:

- Obtindre raonadament els punts d'intersecció  $A$  i  $B$  de les corbes  $y = f(x)$  i  $y = g(x)$ . (3 punts).
- Demostrar que  $f(x) \geq g(x)$  quan  $x \geq 0$ . (3 punts).
- Calcular raonadament l'àrea de la superfície limitada per les dues corbes entre els punts  $A$  i  $B$ . (4 punts).

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Donades les matrius  $A(x) = \begin{pmatrix} x+2 & 4 & 3 \\ x+2 & 6 & 2 \\ x+3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$  i  $B(y) = \begin{pmatrix} y+1 & 4 & 3 \\ y+2 & 6 & 2 \\ y+3 & 8 & 1 \end{pmatrix}$ , es demana:

- Obtindre raonadament el valor de  $x$  per tal que el determinant de la matriu  $A(x)$  siga 6. (4 punts).
- Calcular raonadament el determinant de la matriu  $2A(x)$ . (2 punts).
- Demostrar que la matriu  $B(y)$  no té matriu inversa per a cap valor real de  $y$ . (4 punts).

**Problema B.2.** Donades les dues rectes  $r$  i  $s$  d'equacions

$$r: \frac{x-4}{3} = \frac{y-4}{2} = z-4 \quad \text{i} \quad s: x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3},$$

es demana calcular raonadament:

- Les coordenades del punt  $P$  d'intersecció de les rectes  $r$  i  $s$ . (3 punts).
- L'angle que formen les rectes  $r$  i  $s$ . (3 punts).
- Equació implícita  $Ax + By + Cz + D = 0$  del pla  $\pi$  que conté les rectes  $r$  i  $s$ . (4 punts).

**Problema B.3.** Dos elements d'un escut són una circumferència i un triangle. La circumferència té centre  $(0,0)$  i radi 5. Un dels vèrtexs del triangle és el punt  $A = (-5, 0)$ . Els altres dos vèrtexs del triangle són els punts de la circumferència  $B = (x, y)$  i  $C = (x, -y)$ . Es demana obtenir raonadament:

- L'àrea del triangle en funció de  $x$ . (3 punts).
- Els vèrtexs  $B$  i  $C$  per als quals és màxima l'àrea del triangle. (5 punts).
- El valor màxim de l'àrea del triangle. (2 punts).

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).

S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

**BAREMO DEL EXAMEN:** Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).

Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

## OPCIÓN A

### Problema A.1.

Dado el sistema de ecuaciones lineales 
$$\begin{cases} \alpha x + \alpha^3 y + z = 1 \\ \alpha x + \alpha y + z = 1 \\ \alpha^3 x + \alpha y + z = 1 \end{cases}$$
 donde  $\alpha$  es un parámetro real, se pide:

- Deducir, razonadamente, para qué valores de  $\alpha$  es compatible determinado. (4 puntos).
- Deducir, razonadamente, para qué valores de  $\alpha$  es compatible indeterminado. (3 puntos).
- Resolver el sistema en todos los casos en que es compatible indeterminado. (3 puntos).

### Problema A.2. Se pide obtener razonadamente:

- La ecuación del plano  $\pi$  que pasa por los puntos  $O = (0, 0, 0)$ ,  $A = (6, -3, 0)$  y  $B = (3, 0, 1)$ . (3 puntos).
- La ecuación de la recta  $r$  que pasa por el punto  $P = (8, 7, -2)$  y es perpendicular al plano  $\pi$ . (3 puntos).
- El punto  $Q$  del plano  $\pi$  cuya distancia al punto  $P$  es menor que la distancia de cualquier otro punto del plano  $\pi$  al punto  $P$ . (4 puntos).

### Problema A.3. Dadas las funciones $f(x) = x^3$ y $g(x) = 2x^2 - x$ , se pide:

- Obtener razonadamente los puntos de intersección  $A$  y  $B$  de las curvas  $y = f(x)$  e  $y = g(x)$ . (3 puntos).
- Demostrar que  $f(x) \geq g(x)$  cuando  $x \geq 0$ . (3 puntos).
- Calcular razonadamente el área de la superficie limitada por las dos curvas entre los puntos  $A$  y  $B$ . (4 puntos).

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Dadas las matrices  $A(x) = \begin{pmatrix} x+2 & 4 & 3 \\ x+2 & 6 & 2 \\ x+3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$  y  $B(y) = \begin{pmatrix} y+1 & 4 & 3 \\ y+2 & 6 & 2 \\ y+3 & 8 & 1 \end{pmatrix}$ , se pide:

- Obtener razonadamente el valor de  $x$  para que el determinante de la matriz  $A(x)$  sea 6. (4 puntos).
- Calcular razonadamente el determinante de la matriz  $2A(x)$ . (2 puntos).
- Demostrar que la matriz  $B(y)$  no tiene matriz inversa para ningún valor real de  $y$ . (4 puntos).

**Problema B.2.** Dadas las dos rectas  $r$  y  $s$  de ecuaciones

$$r: \frac{x-4}{3} = \frac{y-4}{2} = z-4 \quad \text{y} \quad s: x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3},$$

se pide calcular razonadamente:

- Las coordenadas del punto  $P$  de intersección de las rectas  $r$  y  $s$ . (3 puntos).
- El ángulo que forman las rectas  $r$  y  $s$ . (3 puntos).
- Ecuación implícita  $Ax + By + Cz + D = 0$  del plano  $\pi$  que contiene a las rectas  $r$  y  $s$ . (4 puntos).

**Problema B.3.** Dos elementos de un escudo son una circunferencia y un triángulo. La circunferencia tiene centro  $(0,0)$  y radio 5. Uno de los vértices del triángulo es el punto  $A = (-5, 0)$ . Los otros dos vértices del triángulo son los puntos de la circunferencia  $B = (x, y)$  y  $C = (x, -y)$ . Se pide obtener razonadamente:

- El área del triángulo en función de  $x$ . (3 puntos).
- Los vértices  $B$  y  $C$  para los que es máxima el área del triángulo. (5 puntos).
- El valor máximo del área del triángulo. (2 puntos).